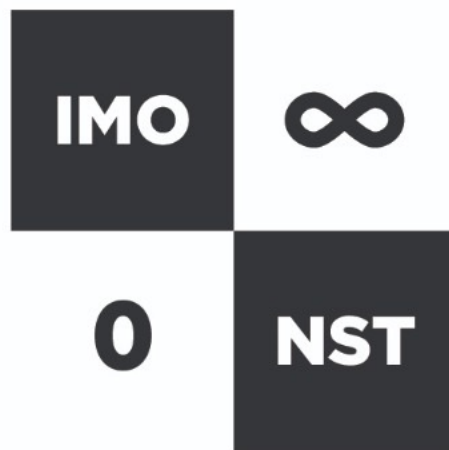


IMONST 1 (2020)

Problems with Answers



International Mathematical Olympiad
National Selection Test
MALAYSIA

Malaysia IMO Committee
contact@imo-malaysia.org

Contents

I	Bahasa Melayu	3
1	Kategori <i>Primary</i>	4
2	Kategori <i>Junior</i>	8
3	Kategori <i>Senior</i>	12
II	English	16
4	Primary Category	17
5	Junior Category	21
6	Senior Category	25
III	Jawapan/Answers	29
7	Kategori <i>Primary</i> / Primary Category	30
8	Kategori <i>Junior</i> / Junior Category	31
9	Kategori <i>Senior</i> / Senior Category	32

Version

Version 1.1 (author: M. Suhaimi Ramly), updated on 18 September 2020.

© 2020 IMO Malaysia Committee. All rights reserved.

Part I

Bahasa Melayu

1 Kategori *Primary*

Bahagian A (1 markah setiap soalan)

Soalan 1. Annie bertanyakan empat soalan kepada adiknya, “Apakah 20 tambah 20? Apakah 20 tolak 20? Apakah 20 darab 20? Apakah 20 bahagi dengan 20?”.

Adiknya menambahkan kesemua jawapan bagi empat soalan tersebut, dan kemudian mengambil punca kuasa dua (positif) bagi hasilnya.

Nombor apakah yang dia dapat?

Soalan 2. Suatu jam rosak bergerak lebih perlahan daripada jam biasa. Setiap 7 jam, jam rosak tersebut terlambat dari jam biasa selama 10 minit. Dalam satu minggu, berapa jamkah jam rosak tersebut terlambat dari jam biasa?

Soalan 3. Diberi suatu segiempat sama $ABCD$. Suatu titik P dipilih di luar segiempat sama tersebut, supaya segitiga BCP adalah suatu segitiga sama sisi. Cari $\angle APC$, dalam unit darjah.

Soalan 4. Hussein melemparkan 4 dadu serentak, dan kemudian menambahkan bilangan titik yang menghadap ke atas pada kesemua 4 dadu tersebut. Berapakah bilangan hasil tambah yang mungkin Hussein dapat?

Nota: Sebagai contoh, dia boleh mendapat hasil tambah 14 dengan melemparkan 4, 6, 3, dan 1. Andaikan dadu tersebut adalah dadu yang biasa, dengan 1 hingga 6 titik pada mukanya.

Soalan 5. Puan Sheila berkata, “Saya mempunyai 5 orang anak. Mereka lahir satu persatu setiap 3 tahun. Umur anak sulung saya adalah 7 kali umur anak bongsu saya.”

Berapakah umur anak ketiga beliau?

Bahagian B (2 markah setiap soalan)

Soalan 6. Nombor N adalah integer positif terkecil dengan hasil tambah digit-digitnya bersamaan 2020.

Apakah digit pertama (paling kiri) bagi N ?

Soalan 7. Di suatu gerai makanan, harga bagi 16 goreng pisang ialah RM k , dan harga bagi k goreng pisang ialah RM 1. Berapakah harga bagi satu goreng pisang, dalam sen?

Nota: RM 1 bersamaan 100 sen.

Soalan 8. Diberi suatu trapezium $ABCD$ dengan AD selari dengan BC , dan $\angle A = \angle B = 90^\circ$. Diketahui bahawa luas bagi trapezium tersebut adalah 3 kali luas $\triangle ABD$.

Cari $\frac{\text{luas } \triangle ABC}{\text{luas } \triangle ABD}$.

Soalan 9. Setiap simbol \triangle pada ungkapan berikut boleh digantikan sama ada dengan $+$ atau $-$:

$$\triangle 1 \triangle 2 \triangle 3 \triangle 4.$$

Berapakah bilangan nilai yang mungkin bagi ungkapan aritmetik yang terhasil?

Nota: Satu nilai yang mungkin ialah -2 , yang bersamaan $-1 - 2 - 3 + 4$.

Soalan 10. Berapakah bilangan nombor 3 digit yang mempunyai hasil tambah digit-digitnya sama dengan 4?

Bahagian C (3 markah setiap soalan)

Soalan 11. Cari nilai bagi

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \dots - 2020,$$

dengan tanda yang berselang-seli antara $+$ dan $-$ selepas setiap tiga nombor.

Soalan 12. Jika Natalie memotong suatu pizza berbentuk bulat dengan 4 potongan yang lurus, berapakah bilangan bahagian terbanyak yang boleh dia dapat?

Nota: Andaikan bahawa semua potongan adalah secara menegak (serenjang dengan permukaan pizza tersebut). Dia tidak boleh menggerakkan bahagian-bahagian pizza tersebut sehingga dia tamat memotong.

Soalan 13. Diberi suatu segiempat sama dengan luas A . Suatu bulatan berada di dalam segiempat sama tersebut supaya bulatan tersebut menyentuh semua sisi bagi segiempat sama tersebut. Satu lagi segiempat sama dengan luas B berada di dalam bulatan tersebut supaya setiap bucuanya terletak pada bulatan tersebut.

Cari nilai $\frac{A}{B}$.

Soalan 14. Jujukan berikut menyenaraikan semua nombor kuasa dua sempurna dalam urutan menaik:

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots, a, 10^8, b, \dots$$

Tentukan nilai $b - a$.

Soalan 15. Tentukan digit terakhir bagi $5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9$.

Bahagian D (4 markah setiap soalan)

Soalan 16. Cari hasil tambah semua integer yang terletak antara $-\sqrt{1442}$ dan $\sqrt{2020}$.

Soalan 17. Tiga orang adik-beradik memiliki satu syarikat mengecat yang bernama Perusahaan Tiga Abdul. Mereka dibayar untuk mengecat suatu bangunan.

Wahab berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa 3 bulan”. Wahib berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa 2 bulan”. Wahub berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa k bulan”. Jika mereka bekerja bersama-sama, mereka boleh selesai mengecat bangunan itu dalam masa 1 bulan sahaja.

Apakah nilai k ?

Soalan 18. Diberi suatu segiempat tepat $ABCD$ dengan suatu titik P di dalamnya. Diketahui bahawa $PA = 17$, $PB = 15$, dan $PC = 6$.

Apakah panjang bagi PD ?

Soalan 19. Apakah gandaan positif terkecil bagi 225 yang boleh ditulis menggunakan digit-digit 0 dan 1 sahaja?

Soalan 20. Diberi integer positif a , b , dan c dengan $a + b + c = 20$.

Tentukan bilangan nilai integer yang mungkin bagi $\frac{a+b}{c}$.

2 Kategori *Junior*

Bahagian A (1 markah setiap soalan)

Soalan 1. Nombor N adalah integer positif terkecil dengan hasil tambah digit-digitnya bersamaan 2020.

Apakah digit pertama (paling kiri) bagi N ?

Soalan 2. Di suatu gerai makanan, harga bagi 16 goreng pisang ialah RM k , dan harga bagi k goreng pisang ialah RM 1. Berapakah harga bagi satu goreng pisang, dalam sen?

Nota: RM 1 bersamaan 100 sen.

Soalan 3. Diberi suatu trapezium $ABCD$ dengan AD selari dengan BC , dan $\angle A = \angle B = 90^\circ$. Diketahui bahawa luas bagi trapezium tersebut adalah 3 kali luas $\triangle ABD$.

Cari $\frac{\text{luas } \triangle ABC}{\text{luas } \triangle ABD}$.

Soalan 4. Setiap simbol \triangle pada ungkapan berikut boleh digantikan sama ada dengan $+$ atau $-$:

$$\triangle 1 \triangle 2 \triangle 3 \triangle 4.$$

Berapakah bilangan nilai yang mungkin bagi ungkapan aritmetik yang terhasil?

Nota: Satu nilai yang mungkin ialah -2 , yang bersamaan $-1 - 2 - 3 + 4$.

Soalan 5. Berapakah bilangan nombor 3 digit yang mempunyai hasil tambah digit-digitnya sama dengan 4?

Bahagian B (2 markah setiap soalan)

Soalan 6. Cari nilai bagi

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \dots - 2020,$$

dengan tanda yang berselang-seli antara $+$ dan $-$ selepas setiap tiga nombor.

Soalan 7. Jika Natalie memotong suatu pizza berbentuk bulat dengan 4 potongan yang lurus, berapakah bilangan bahagian terbanyak yang boleh dia dapat?

Nota: Andaikan bahawa semua potongan adalah secara menegak (serenjang dengan permukaan pizza tersebut). Dia tidak boleh menggerakkan bahagian-bahagian pizza tersebut sehingga dia tamat memotong.

Soalan 8. Diberi suatu segiempat sama dengan luas A . Suatu bulatan berada di dalam segiempat sama tersebut supaya bulatan tersebut menyentuh semua sisi bagi segiempat sama tersebut. Satu lagi segiempat sama dengan luas B berada di dalam bulatan tersebut supaya setiap bucuanya terletak pada bulatan tersebut.

Cari nilai $\frac{A}{B}$.

Soalan 9. Jujukan berikut menyenaraikan semua nombor kuasa dua sempurna dalam urutan menaik:

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots, a, 10^8, b, \dots$$

Tentukan nilai $b - a$.

Soalan 10. Tentukan digit terakhir bagi $5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9$.

Bahagian C (3 markah setiap soalan)

Soalan 11. Cari hasil tambah semua integer yang terletak antara $-\sqrt{1442}$ dan $\sqrt{2020}$.

Soalan 12. Tiga orang adik-beradik memiliki satu syarikat mengecat yang bernama Perusahaan Tiga Abdul. Mereka dibayar untuk mengecat suatu bangunan.

Wahab berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa 3 bulan”. Wahib berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa 2 bulan”. Wahub berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa k bulan”. Jika mereka bekerja bersama-sama, mereka boleh selesai mengecat bangunan itu dalam masa 1 bulan sahaja.

Apakah nilai k ?

Soalan 13. Diberi suatu segiempat tepat $ABCD$ dengan suatu titik P di dalamnya. Diketahui bahawa $PA = 17$, $PB = 15$, dan $PC = 6$.

Apakah panjang bagi PD ?

Soalan 14. Apakah gandaan positif terkecil bagi 225 yang boleh ditulis menggunakan digit-digit 0 dan 1 sahaja?

Soalan 15. Diberi integer positif a , b , dan c dengan $a + b + c = 20$.

Tentukan bilangan nilai integer yang mungkin bagi $\frac{a+b}{c}$.

Bahagian D (4 markah setiap soalan)

Soalan 16. Jika kita bahagikan 2020 dengan suatu nombor perdana p , bakiinya ialah 6. Tentukan nilai terbesar yang mungkin bagi p .

Soalan 17. Sebiji bola sepak dibuat dengan menjahit bersama beberapa helaian kulit berwarna hitam dan putih. Helaian hitam adalah berbentuk pentagon sekata dengan saiz yang sama. Helaian putih adalah berbentuk heksagon sekata dengan saiz yang sama. Setiap pentagon dikelilingi oleh 5 heksagon. Setiap heksagon dikelilingi oleh 3 pentagon dan 3 heksagon. Kita memerlukan 12 pentagon untuk membuat sebiji bola sepak.

Berapakah bilangan heksagon yang diperlukan untuk membuat sebiji bola sepak?

Soalan 18. Diberi suatu segitiga bersudut tegak dengan perimeter 18. Hasil tambah kuasa dua bagi ketiga-tiga sisinya ialah 128. Apakah luas segitiga tersebut?

Soalan 19. Suatu nombor kuasa dua sempurna berakhir dengan dua digit yang sama. Berapakah bilangan nilai yang mungkin bagi digit tersebut?

Soalan 20. Cari hasil tambah bagi semua integer n yang memenuhi persamaan

$$2^n(6 - n) = 8n.$$

3 Kategori *Senior*

Bahagian A (1 markah setiap soalan)

Soalan 1. Cari nilai bagi

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \dots - 2020,$$

dengan tanda yang berselang-seli antara $+$ dan $-$ selepas setiap tiga nombor.

Soalan 2. Jika Natalie memotong suatu pizza berbentuk bulat dengan 4 potongan yang lurus, berapakah bilangan bahagian terbanyak yang boleh dia dapat?

Nota: Andaikan bahawa semua potongan adalah secara menegak (serenjang dengan permukaan pizza tersebut). Dia tidak boleh menggerakkan bahagian-bahagian pizza tersebut sehingga dia tamat memotong.

Soalan 3. Diberi suatu segiempat sama dengan luas A . Suatu bulatan berada di dalam segiempat sama tersebut supaya bulatan tersebut menyentuh semua sisi bagi segiempat sama tersebut. Satu lagi segiempat sama dengan luas B berada di dalam bulatan tersebut supaya setiap bucuanya terletak pada bulatan tersebut.

Cari nilai $\frac{A}{B}$.

Soalan 4. Jujukan berikut menyenaraikan semua nombor kuasa dua sempurna dalam urutan menaik:

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots, a, 10^8, b, \dots$$

Tentukan nilai $b - a$.

Soalan 5. Tentukan digit terakhir bagi $5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9$.

Bahagian B (2 markah setiap soalan)

Soalan 6. Cari hasil tambah semua integer yang terletak antara $-\sqrt{1442}$ dan $\sqrt{2020}$.

Soalan 7. Tiga orang adik-beradik memiliki satu syarikat mengecat yang bernama Perusahaan Tiga Abdul. Mereka dibayar untuk mengecat suatu bangunan.

Wahab berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa 3 bulan”. Wahib berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa 2 bulan”. Wahub berkata, “Jika saya bekerja seorang, saya boleh cat bangunan ini dalam masa k bulan”. Jika mereka bekerja bersama-sama, mereka boleh selesai mengecat bangunan itu dalam masa 1 bulan sahaja.

Apakah nilai k ?

Soalan 8. Diberi suatu segiempat tepat $ABCD$ dengan suatu titik P di dalamnya. Diketahui bahawa $PA = 17$, $PB = 15$, dan $PC = 6$.

Apakah panjang bagi PD ?

Soalan 9. Apakah gandaan positif terkecil bagi 225 yang boleh ditulis menggunakan digit-digit 0 dan 1 sahaja?

Soalan 10. Diberi integer positif a , b , dan c dengan $a + b + c = 20$.

Tentukan bilangan nilai integer yang mungkin bagi $\frac{a+b}{c}$.

Bahagian C (3 markah setiap soalan)

Soalan 11. Jika kita bahagikan 2020 dengan suatu nombor perdana p , bakiinya ialah 6. Tentukan nilai terbesar yang mungkin bagi p .

Soalan 12. Sebiji bola sepak dibuat dengan menjahit bersama beberapa helaian kulit berwarna hitam dan putih. Helaian hitam adalah berbentuk pentagon sekata dengan saiz yang sama. Helaian putih adalah berbentuk heksagon sekata dengan saiz yang sama. Setiap pentagon dikelilingi oleh 5 heksagon. Setiap heksagon dikelilingi oleh 3 pentagon dan 3 heksagon. Kita memerlukan 12 pentagon untuk membuat sebiji bola sepak.

Berapakah bilangan heksagon yang diperlukan untuk membuat sebiji bola sepak?

Soalan 13. Diberi suatu segitiga bersudut tegak dengan perimeter 18. Hasil tambah kuasa dua bagi ketiga-tiga sisinya ialah 128. Apakah luas segitiga tersebut?

Soalan 14. Suatu nombor kuasa dua sempurna berakhir dengan dua digit yang sama. Berapakah bilangan nilai yang mungkin bagi digit tersebut?

Soalan 15. Cari hasil tambah bagi semua integer n yang memenuhi persamaan

$$2^n(6 - n) = 8n.$$

Bahagian D (4 markah setiap soalan)

Soalan 16. Tentukan bilangan penyelesaian integer positif (a, b, c, d) kepada persamaan

$$(a^2 + b^2)(c^2 - d^2) = 2020.$$

Nota: Penyelesaian $(10, 1, 6, 4)$ and $(1, 10, 6, 4)$ dianggap berbeza.

Soalan 17. Diberi suatu integer positif n . Nombor $2n$ mempunyai 28 faktor positif, manakala nombor $3n$ mempunyai 30 faktor positif.

Cari bilangan faktor positif bagi $6n$.

Soalan 18. Dalam suatu segitiga, nisbah bagi sudut-sudut dalamannya ialah $1 : 5 : 6$, dan sisi yang paling panjang mempunyai panjang 12. Apakah panjang bagi tinggi segitiga tersebut yang berserenjang dengan sisi yang terpanjang?

Soalan 19. Suatu set S mempunyai 7 unsur. Beberapa subset 3-unsur bagi S disenaraikan, supaya setiap 2 subset yang tersenarai mempunyai tepat 1 unsur yang seponya. Berapakah bilangan subset terbanyak yang boleh disenaraikan?

Soalan 20. Geetha ingin memotong suatu kiub bersaiz $4 \times 4 \times 4$ untuk mendapatkan 64 kiub unit (bersaiz $1 \times 1 \times 1$). Setiap potongan mestilah lurus, dan selari dengan salah satu muka kiub besar tersebut. Berapakah bilangan potongan minimum yang diperlukan oleh Geetha?

Nota: Selepas setiap potongan, dia boleh menyusun bahagian-bahagian yang terhasil sebelum memotong semula. Pada setiap potongan, dia boleh memotong lebih daripada satu bahagian selagi bahagian-bahagian tersebut terletak pada satu garis lurus.

Part II

English

4 Primary Category

Part A (1 point each)

Problem 1. Annie asks his brother four questions, “What is 20 plus 20? What is 20 minus 20? What is 20 times 20? What is 20 divided by 20?”.

His brother adds the answers to these four questions, and then takes the (positive) square root of the result.

What number does he get?

Problem 2. A broken watch moves slower than a regular watch. In every 7 hours, the broken watch lags behind a regular watch by 10 minutes. In one week, how many hours does the broken watch lags behind a regular watch?

Problem 3. Given a square $ABCD$. A point P is chosen outside the square so that triangle BCP is equilateral. Find $\angle APC$, in degrees.

Problem 4. Hussein throws 4 dice simultaneously, and then adds the number of dots facing up on all 4 dice. How many possible sums can Hussein get?

Note: For example, he can get sum 14, by throwing 4, 6, 3, and 1. Assume these are regular dice, with 1 to 6 dots on the faces.

Problem 5. Mrs. Sheila says, “I have 5 children. They were born one by one every 3 years. The age of my oldest child is 7 times the age of my youngest child.”

What is the age of her third child?

Part B (2 points each)

Problem 6. The number N is the smallest positive integer with the sum of its digits equal to 2020.

What is the first (leftmost) digit of N ?

Problem 7. At a food stall, the price of 16 banana fritters is RM k , and the price of k banana fritters is RM 1. What is the price of one banana fritter, in sen?

Note: RM 1 is equal to 100 sen.

Problem 8. Given a trapezium $ABCD$ with AD parallel to BC , and $\angle A = \angle B = 90^\circ$. It is known that the area of the trapezium is 3 times the area of $\triangle ABD$.

Find $\frac{\text{area of } \triangle ABC}{\text{area of } \triangle ABD}$.

Problem 9. Each \triangle symbol in the expression below can be substituted either with $+$ or $-$:

$$\triangle 1 \triangle 2 \triangle 3 \triangle 4.$$

How many possible values are there for the resulting arithmetic expression?

Note: One possible value is -2 , which equals $-1 - 2 - 3 + 4$.

Problem 10. How many 3-digit numbers have its sum of digits equal to 4?

Part C (3 points each)

Problem 11. Find the value of

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \cdots - 2020,$$

where the sign alternates between $+$ and $-$ after every three numbers.

Problem 12. If Natalie cuts a round pizza with 4 straight cuts, what is the maximum number of pieces that she can get?

Note: Assume that all the cuts are vertical (perpendicular to the surface of the pizza). She cannot move the pizza pieces until she finishes cutting.

Problem 13. Given a square with area A . A circle lies inside the square, such that the circle touches all sides of the square. Another square with area B lies inside the circle, such that all its vertices lie on the circle.

Find the value of $\frac{A}{B}$.

Problem 14. This sequence lists the perfect squares in increasing order:

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots, a, 10^8, b, \dots$$

Determine the value of $b - a$.

Problem 15. Determine the last digit of $5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9$.

Part D (4 points each)

Problem 16. Find the sum of all integers between $-\sqrt{1442}$ and $\sqrt{2020}$.

Problem 17. Three brothers own a painting company called Tiga Abdul Enterprise. They are hired to paint a building.

Wahab says, “I can paint this building in 3 months if I work alone”. Wahib says, “I can paint this building in 2 months if I work alone”. Wahub says, “I can paint this building in k months if I work alone”. If they work together, they can finish painting the building in 1 month only.

What is k ?

Problem 18. Given a rectangle $ABCD$ with a point P inside it. It is known that $PA = 17$, $PB = 15$, and $PC = 6$.

What is the length of PD ?

Problem 19. What is the smallest positive multiple of 225 that can be written using digits 0 and 1 only?

Problem 20. Given positive integers a , b , and c with $a + b + c = 20$.

Determine the number of possible integer values for $\frac{a+b}{c}$.

5 Junior Category

Part A (1 point each)

Problem 1. The number N is the smallest positive integer with the sum of its digits equal to 2020.

What is the first (leftmost) digit of N ?

Problem 2. At a food stall, the price of 16 banana fritters is RM k , and the price of k banana fritters is RM 1. What is the price of one banana fritter, in sen?

Note: RM 1 is equal to 100 sen.

Problem 3. Given a trapezium $ABCD$ with AD parallel to BC , and $\angle A = \angle B = 90^\circ$. It is known that the area of the trapezium is 3 times the area of $\triangle ABD$.

Find $\frac{\text{area of } \triangle ABC}{\text{area of } \triangle ABD}$.

Problem 4. Each \triangle symbol in the expression below can be substituted either with $+$ or $-$:

$$\triangle 1 \triangle 2 \triangle 3 \triangle 4.$$

How many possible values are there for the resulting arithmetic expression?

Note: One possible value is -2 , which equals $-1 - 2 - 3 + 4$.

Problem 5. How many 3-digit numbers have its sum of digits equal to 4?

Part B (2 points each)

Problem 6. Find the value of

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \cdots - 2020,$$

where the sign alternates between $+$ and $-$ after every three numbers.

Problem 7. If Natalie cuts a round pizza with 4 straight cuts, what is the maximum number of pieces that she can get?

Note: Assume that all the cuts are vertical (perpendicular to the surface of the pizza). She cannot move the pizza pieces until she finishes cutting.

Problem 8. Given a square with area A . A circle lies inside the square, such that the circle touches all sides of the square. Another square with area B lies inside the circle, such that all its vertices lie on the circle.

Find the value of $\frac{A}{B}$.

Problem 9. This sequence lists the perfect squares in increasing order:

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots, a, 10^8, b, \dots$$

Determine the value of $b - a$.

Problem 10. Determine the last digit of $5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9$.

Part C (3 points each)

Problem 11. Find the sum of all integers between $-\sqrt{1442}$ and $\sqrt{2020}$.

Problem 12. Three brothers own a painting company called Tiga Abdul Enterprise. They are hired to paint a building.

Wahab says, “I can paint this building in 3 months if I work alone”. Wahib says, “I can paint this building in 2 months if I work alone”. Wahub says, “I can paint this building in k months if I work alone”. If they work together, they can finish painting the building in 1 month only.

What is k ?

Problem 13. Given a rectangle $ABCD$ with a point P inside it. It is known that $PA = 17$, $PB = 15$, and $PC = 6$.

What is the length of PD ?

Problem 14. What is the smallest positive multiple of 225 that can be written using digits 0 and 1 only?

Problem 15. Given positive integers a , b , and c with $a + b + c = 20$.

Determine the number of possible integer values for $\frac{a+b}{c}$.

Part D (4 points each)

Problem 16. If we divide 2020 by a prime p , the remainder is 6. Determine the largest possible value of p .

Problem 17. A football is made by sewing together some black and white leather patches. The black patches are regular pentagons of the same size. The white patches are regular hexagons of the same size. Each pentagon is bordered by 5 hexagons. Each hexagon is bordered by 3 pentagons and 3 hexagons. We need 12 pentagons to make one football.

How many hexagons are needed to make one football?

Problem 18. Given a right-angled triangle with perimeter 18. The sum of the squares of the three side lengths is 128. What is the area of the triangle?

Problem 19. A perfect square ends with the same two digits. How many possible values of this digit are there?

Problem 20. Find the sum of all integers n that fulfill the equation

$$2^n(6 - n) = 8n.$$

6 Senior Category

Part A (1 point each)

Problem 1. Find the value of

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \cdots - 2020,$$

where the sign alternates between $+$ and $-$ after every three numbers.

Problem 2. If Natalie cuts a round pizza with 4 straight cuts, what is the maximum number of pieces that she can get?

Note: Assume that all the cuts are vertical (perpendicular to the surface of the pizza). She cannot move the pizza pieces until she finishes cutting.

Problem 3. Given a square with area A . A circle lies inside the square, such that the circle touches all sides of the square. Another square with area B lies inside the circle, such that all its vertices lie on the circle.

Find the value of $\frac{A}{B}$.

Problem 4. This sequence lists the perfect squares in increasing order:

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots, a, 10^8, b, \dots$$

Determine the value of $b - a$.

Problem 5. Determine the last digit of $5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9$.

Part B (2 points each)

Problem 6. Find the sum of all integers between $-\sqrt{1442}$ and $\sqrt{2020}$.

Problem 7. Three brothers own a painting company called Tiga Abdul Enterprise. They are hired to paint a building.

Wahab says, “I can paint this building in 3 months if I work alone”. Wahib says, “I can paint this building in 2 months if I work alone”. Wahub says, “I can paint this building in k months if I work alone”. If they work together, they can finish painting the building in 1 month only.

What is k ?

Problem 8. Given a rectangle $ABCD$ with a point P inside it. It is known that $PA = 17$, $PB = 15$, and $PC = 6$.

What is the length of PD ?

Problem 9. What is the smallest positive multiple of 225 that can be written using digits 0 and 1 only?

Problem 10. Given positive integers a , b , and c with $a + b + c = 20$.

Determine the number of possible integer values for $\frac{a+b}{c}$.

Part C (3 points each)

Problem 11. If we divide 2020 by a prime p , the remainder is 6. Determine the largest possible value of p .

Problem 12. A football is made by sewing together some black and white leather patches. The black patches are regular pentagons of the same size. The white patches are regular hexagons of the same size. Each pentagon is bordered by 5 hexagons. Each hexagon is bordered by 3 pentagons and 3 hexagons. We need 12 pentagons to make one football.

How many hexagons are needed to make one football?

Problem 13. Given a right-angled triangle with perimeter 18. The sum of the squares of the three side lengths is 128. What is the area of the triangle?

Problem 14. A perfect square ends with the same two digits. How many possible values of this digit are there?

Problem 15. Find the sum of all integers n that fulfill the equation

$$2^n(6 - n) = 8n.$$

Part D (4 points each)

Problem 16. Find the number of positive integer solutions (a, b, c, d) to the equation

$$(a^2 + b^2)(c^2 - d^2) = 2020.$$

Note: The solutions $(10, 1, 6, 4)$ and $(1, 10, 6, 4)$ are considered different.

Problem 17. Given a positive integer n . The number $2n$ has 28 positive factors, while the number $3n$ has 30 positive factors.

Find the number of positive divisors of $6n$.

Problem 18. In a triangle, the ratio of the interior angles is $1 : 5 : 6$, and the longest side has length 12. What is the length of the altitude (height) of the triangle that is perpendicular to the longest side?

Problem 19. A set S has 7 elements. Several 3-elements subsets of S are listed, such that any 2 listed subsets have exactly 1 common element. What is the maximum number of subsets that can be listed?

Problem 20. Geetha wants to cut a cube of size $4 \times 4 \times 4$ into 64 unit cubes (of size $1 \times 1 \times 1$). Every cut must be straight, and parallel to a face of the big cube. What is the minimum number of cuts that Geetha needs?

Note: After every cut, she can rearrange the pieces before cutting again. At every cut, she can cut more than one pieces as long as the pieces are on a straight line.

Part III

Jawapan/Answers

7 Kategori *Primary*/ Primary Category

Problem 1. 21

Problem 2. 4

Problem 3. 45

Problem 4. 21

Problem 5. 8

Problem 6. 4

Problem 7. 25

Problem 8. 2

Problem 9. 11

Problem 10. 10

Problem 11. 1010

Problem 12. 11

Problem 13. 2

Problem 14. 40000

Problem 15. 9

Problem 16. 287

Problem 17. 6

Problem 18. 10

Problem 19. 11111111100

Problem 20. 5

8 Kategori *Junior* / Junior Category

Problem 1. 4

Problem 2. 25

Problem 3. 2

Problem 4. 11

Problem 5. 10

Problem 6. 1010

Problem 7. 11

Problem 8. 2

Problem 9. 40000

Problem 10. 9

Problem 11. 287

Problem 12. 6

Problem 13. 10

Problem 14. 11111111100

Problem 15. 5

Problem 16. 53

Problem 17. 20

Problem 18. 9

Problem 19. 2

Problem 20. 9

9 Kategori *Senior*/ Senior Category

Problem 1. 1010

Problem 2. 11

Problem 3. 2

Problem 4. 40000

Problem 5. 9

Problem 6. 287

Problem 7. 6

Problem 8. 10

Problem 9. 11111111100

Problem 10. 5

Problem 11. 53

Problem 12. 20

Problem 13. 9

Problem 14. 2

Problem 15. 9

Problem 16. 8

Problem 17. 35

Problem 18. 3

Problem 19. 7

Problem 20. 6